

РАСЧЕТ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ДЛЯ ТРАНСФОРМАТОРА ТОРОИДАЛЬНОГО ТИПА

При проектировании трансформаторов важную роль играет расчет теплового режима. Расчет теплового режима трансформатора представляет собой сложную математическую задачу, так как связан с расчетом температурного поля трансформатора, а это приводит к необходимости учета геометрических характеристик конструкции трансформатора, теплофизических свойств материалов, условий теплообмена с окружающей средой.

В настоящее время существует несколько подходов к решению этой задачи. В некоторых случаях используется аналогия между процессом переноса тепла и электричества, при этом все распределенные параметры трансформатора заменяются сосредоточенными [1,2]. В других случаях расчет теплового режима сводится к расчету перегрева обмоток трансформатора без учета переноса тепла от обмоток к элементам конструкции трансформатора.

В данной статье предлагается один из возможных подходов к расчету теплового режима трансформатора как к системе с распределенными параметрами. При этом появляется возможность не только рассчитать установившийся тепловой режим трансформатора, но и проследить динамику его нагрева при различных нагрузках и произвольном входном воздействии. В то же время расчет сводится к простой процедуре вычисления температуры перегрева трансформатора по элементарной формуле. Как показал эксперимент, рассчитанная температура перегрева трансформатора достаточно хорошо соответствует практическим результатам.

В основу расчета теплового режима трансформатора положено классическое уравнение

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{c\rho} p(r, z, t), \quad (1)$$

где T - температура, λ - коэффициент теплопроводности, c - удельная теплоемкость, ρ - плотность материала, t - текущее время, (r, z, φ) - цилиндрические координаты [3].

В роли источника тепла здесь выступает плотность потерь $p(r, z, t)$ в трансформаторе. Как известно, поте

ри имеют две составляющие: потери в стали и в проводах обмоток. Потери в стали приводят к тому, что стальной сердечник трансформатора становится источником теплопроводности, записанное в цилиндрических координатах.

ником тепла. Будем считать, что каждый элементарный объем стали выделяет равное количества тепла. Потери в проводах обмоток определяются омическим сопротивлением проводов и протекающим через них током. Наиболее легко омические потери определить из опыта короткого замыкания путем измерения тока (I) в первичной обмотке и мощности потерь короткого замыкания $P_{кз}$. Зная потери, можно определить полное активное эквивалентное сопротивление (R_0) у обмоток из следующего выражения:

$$R_0 = \frac{P_{кз}}{I^2}. \quad (2)$$

Способ определения омического сопротивления обмоток путем вычисления сопротивления медного провода заданных длины и сечения, либо измерения сопротивления обмотки постоянному току, даст результат, отличающийся от вычисленного по (2). Это связано с тем, что при протекании тока через обмотки трансформатора имеет место поверхностный эффект, который приводит к увеличению сопротивления проводника переменному току.

$$\begin{aligned} P_0 &= u_{xx} I_{xx}; \\ P_1 &= R_0 I^2 \\ P &= R_0 I^2 + u_{xx} I_{xx}; \end{aligned} \quad (3)$$

где u_{xx} - напряжение холостого хода, I - ток холостого хода, P_0 - потери в стали сердечника трансформатора, P_1 - активные потери в обмотках, P - суммарные потери в трансформаторе.

Суммарные потери в трансформаторе складываются из потерь в обмотках (P_1) и потерь в стали (P_0), последние не зависят от нагрузки и равны потерям холостого хода. Рассмотрим случай, когда активное сопротивление обмоток трансформатора зависит от температуры по линейному закону. Учитывая это, для мощности потерь будем иметь:

$$P = I^2 R_0 [1 + \chi(T - T_0)] + P_0 \quad (4)$$

$$p = p_1 [1 + \chi(T - T_0)] + p_0 \quad (5)$$

где χ - температурный коэффициент сопротивления, p - суммарная плотность потерь (потери, отнесенные к единице объема), p_1 - плотность активных потерь, p_0 - плотность потерь в стали.

Подставим (5) в правую часть дифференциального уравнения (1) и ограничимся случаем расчета средней температуры по объему трансформатора, так как для многих практических целей этого вполне достаточно. В связи с этим примем допущение, что тепло, выделяемое в обмотках трансформатора и в стали магнитопровода, распределяется равномерно по объему.

В дальнейшем, все рассуждения будут проводиться для трансформатора тороидального типа (этим обусловлен выбор цилиндрических координат для уравнения теплопроводности).

Предполагается, что на границе контакта поверхности трансформатора с окружающей средой действует закон конвективного теплообмена. Для описания процесса теплообмена используется закон Ньютона-Рихмара. Согласно этому закону, граничные условия для дифференциального уравнения (1) записываются в виде:

$$\left[-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T - T_0) \right]_S \quad (6)$$

где $\frac{\partial T}{\partial n}$ - производная от температуры по нормали к поверхности трансформатора, α - коэффициент теплообмена, T_0 - температура окружающей среды, S - поверхность трансформатора.

Теплообмен трансформатора с окружающей средой осуществляется через его поверхность. Поэтому для задания условий охлаждения необходимо для каждой поверхности ввести коэффициент теплообмена. Варьируя коэффициентами теплообмена, можно моделировать различные условия охлаждения трансформатора.

В цилиндрических координатах граничные условия (6) для трансформатора с геометрическими размерами R_1, R_2, H будем иметь:

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} &= -\lambda n \cdot \text{grad}(T) = -\lambda(-e_r) \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} e_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} e_\varphi + \frac{\partial T}{\partial z} k \right) = \\ &= \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = \alpha_1(T - T_0) \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} &= -\lambda n \cdot \text{grad}(T) = -\lambda e_r \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} e_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} e_\varphi + \frac{\partial T}{\partial z} k \right) = \\ &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = \alpha_2(T - T_0) \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} &= -\lambda n \cdot \text{grad}(T) = -\lambda(-k) \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} e_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} e_\varphi + \frac{\partial T}{\partial z} k \right) = \\ &= \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \alpha_3(T - T_0) \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} &= -\lambda n \cdot \text{grad}(T) = -\lambda k \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} e_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} e_\varphi + \frac{\partial T}{\partial z} k \right) = \\ &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=H} = \alpha_4(T - T_0) \end{aligned} \quad (7)$$

где (e_r, e_φ, k) - орты цилиндрической системы координат, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ - коэффициенты теплообмена. В соответствии с допущением, определим среднюю

температуру трансформатора как:

$$\Theta = \frac{1}{V} \iiint_V T r dz dr d\varphi \quad (8)$$

Проинтегрируем уравнение теплопроводности по объему

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \iiint_V \frac{\partial T}{\partial t} r dz dr d\varphi &= \frac{\lambda}{c\rho} \frac{1}{V} \left(\iiint_V \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) dz dr d\varphi + \right. \\ &\left. + \iiint_V \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} r dz dr d\varphi \right) + \frac{1}{c\rho} \left(\frac{1}{V} \iiint_V p(r, z, t) r dz dr d\varphi \right) \end{aligned}$$

Для средней температуры имеем:

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta}{dt} &= \frac{\lambda}{c\rho} \frac{1}{V} \left(\iint r \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{R_1}^{R_2} dz d\varphi + \iint r \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_0^H dr d\varphi \right) + \frac{1}{c\rho} q \\ q &= \frac{1}{V} \iiint_V p(r, z, t) r dz dr d\varphi = p_1[1 + \chi(\Theta - T_0)] + p_0 \end{aligned} \quad (9)$$

Граничные условия для средней температуры получаем из (7)

$$\begin{aligned} \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_1} &= \alpha_1(\Theta - T_0); & -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_2} &= \alpha_2(\Theta - T_0) \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} &= \alpha_3(\Theta - T_0); & -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=H} &= \alpha_4(\Theta - T_0) \end{aligned} \quad (10)$$

Подставив граничные условия (10) в (9) и проделывая необходимые элементарные преобразования, получим:

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta}{dt} &= -\frac{1}{c\rho} \left[\frac{2(\alpha_2 R_2 + \alpha_1 R_1)H + (\alpha_3 + \alpha_4)(R_2^2 - R_1^2)}{H(R_2^2 - R_1^2)} \right] \times \\ &\times (\Theta - T_0) + \frac{p_1 \chi}{c\rho} (\Theta - T_0) + \frac{p_1 + p_0}{c\rho} \\ \frac{d\Theta}{dt} &= -\frac{1}{c\rho} \left[\frac{2(\alpha_2 R_2 + \alpha_1 R_1)H + (\alpha_3 + \alpha_4)(R_2^2 - R_1^2)}{H(R_2^2 - R_1^2)} - \chi \right] \times \\ &\times (\Theta - T_0) + \frac{p_1 + p_0}{c\rho} \\ \beta &= \frac{2(\alpha_2 R_2 + \alpha_1 R_1)H + (\alpha_3 + \alpha_4)(R_2^2 - R_1^2)}{H(R_2^2 - R_1^2)} - \chi \\ \frac{d\Theta}{dt} &= -\frac{\beta}{c\rho} (\Theta - T_0) + \frac{p_1 + p_0}{c\rho} \end{aligned} \quad (11)$$

Полученное обыкновенное дифференциальное уравнение $\Theta(0) = T_0$ при начальных условиях позволяет рассчитать среднюю температуру трансформатора. В это уравнение в качестве параметров вошли геометрические размеры трансформатора, физические харак-

теристики материала и условия теплообмена с окружающей средой. Решение дифференциального уравнения (12) может быть записано в виде:

$$\Theta = T_0 + \frac{P_1 + P_0}{\beta} \left(1 - e^{-\frac{\beta t}{c\rho}} \right) \quad (13)$$

Если в (13) подставить значение коэффициентов из (11) и (5), то получим окончательное выражение для температуры перегрева трансформатора.

$$\Delta T = \frac{R_0 I^2 + P_0}{2\pi(\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2)H + \pi(\alpha_3 + \alpha_4)(R_2^2 - R_1^2) - \chi R_0 I^2} \times \left(1 - e^{-\frac{2\pi(\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2)H + \pi(\alpha_3 + \alpha_4)(R_2^2 - R_1^2) - \chi R_0 I^2}{\pi \rho H (R_2^2 - R_1^2)} t} \right) \quad (14)$$

где ΔT — температура перегрева трансформатора.

Из (14) получается выражение для установившегося температурного режима трансформатора, если

$$\Delta T_{уст.} = \frac{R_0 I^2 + P_0}{2\pi(\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2)H + \pi(\alpha_3 + \alpha_4)(R_2^2 - R_1^2) - \chi R_0 I^2} \quad (15)$$

устремить (/) к бесконечности. Тогда:

Формула (14) дает возможность рассчитать динамику теплового режима трансформатора при разных условиях теплообмена с окружающей средой.

Для применения формулы (14) к конкретным расчетам в нее необходимо включить массу меди. Это лучше всего сделать простым суммированием массы меди с массой стали, так как при наших допущениях медь приводит только к увеличению массы трансформатора, а теплоемкость меди и стали практически равны ($c = 0,091$ кал/г* К° - медь, $c = 0,107$ кал/г* К° - сталь).

Задаваясь массой меди и считая, что медь равно-

сердечника, можно рассчитать поправку мерно распределена по поверхности тороидального

(δ)

рические размеры трансформатора:

$$\delta = \frac{-(r_2 - r_1 + h) + \sqrt{(r_2 - r_1 + h)^2 + \frac{4m}{\pi \rho_0 (r_1 + r_2)}}}{4} \quad (16)$$

С учетом поправки будем иметь:

$$\begin{aligned} R_1 &= r_1 - \delta \\ R_2 &= r_2 + \delta \\ H &= h + 2\delta \end{aligned} \quad (17)$$

на геомет-

где r_1, r_2, H - размеры магнитопровода, m - масса меди, ρ_0 - плотность меди.

В качестве примера приведем расчет температуры перегрева для трансформаторов мощностью 1000 ВА и 250 ВА. Расчет приводится для режима короткого

замыкания, т.е. $P_0 = 0$.

Пример 1.

Геометрические размеры магнитопровода:

$r_1 = 0,035$ м, $r_2 = 0,058$ м, $h = 0,06$ м.

Ток первичной обмотки: $I = 1,5$ А.

Активное эквивалентное сопротивление:

$R_0 = 6,67$ Ом.

Масса обмоток трансформатора: $m = 0,8$ кг.

Плотность меди: $\rho_0 = 8890 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Потери в стали сердечника сопротивления:

$$\chi = 0,0043 \frac{1}{\text{К}^\circ}$$

Коэффициенты теплообмена:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 12 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^\circ}$$

Подставим эти значения параметров в формулы (16) и (17), Тогда получим:

$\delta = 0,0018$ м, $R_1 = 0,0332$ м, $R_2 = 0,0593$ м, $H = 0,0636$ м.

Из формулы (15) получаем значение температуры перегрева для трансформатора $\Delta T_{уст.} = 26,75^\circ \text{C}$.

По экспериментальным данным из таблицы 1 для этого трансформатора находим $\Delta T_{уст.} = 45^\circ - 21^\circ = 24^\circ \text{C}$.

Пример 2.

Геометрические размеры магнитопровода:

$r_1 = 0,05$ м, $r_2 = 0,09$ м, $h = 0,04$ м.

Ток первичной обмотки: $I = 4,58$ А.

Активное эквивалентное сопротивление:

$R_0 = 1,2$ Ом.

Масса обмоток трансформатора: $m = 4,0$ кг.

Потери в стали сердечника трансформатора: $P_0 = 0$.

Плотность меди: $\rho_0 = 8890 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Температурный коэффициент сопротивления:

$$\chi = 0,0043 \frac{1}{\text{К}^\circ}$$

Коэффициенты теплообмена:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 12 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^\circ}$$

Подставим эти значения параметров в формулы (16) и (17), Тогда получим:

$r_1 = 0,05$ м, $r_2 = 0,09$ м, $h = 0,04$ м.

Из формулы (15) получаем значение температуры перегрева для трансформатора $\Delta T_{уст.} = 25,87^\circ \text{C}$.

По экспериментальным данным из таблицы 1 для этого трансформатора находим $\Delta T_{уст.} = 43^\circ - 19^\circ = 24^\circ \text{C}$. трансформатора: $P = 0$.

Данные примеры показывают, что рассчитанное значение температуры перегрева трансформатора по формуле (15) дает хорошее совпадение с экспериментальными результатами. Результаты испытаний приводятся в таблице 1.

Обработка экспериментальных данных методом наименьших квадратов позволила получить кривые нагрева трансформаторов в виде графиков.

На рис.1 показаны экспериментальные и теоретические кривые нагрева трансформатора мощностью 1000ВА и 250ВА.

Эксперимент проводился в режиме короткого

Таблица 1

№	Сердечник 180x100x40 I=4,58 А; P _{кз} =25 Вт. Стабилизация I m _{сталь} =5,2 кг; m _{медь} =4,0кг		Сердечник 180x100x40 I=6,9 А; P _{кз} =59 Вт. Стабилизация I m _{сталь} =5,2 кг; m _{медь} =4,0 кг		Сердечник 115x70x60 I=1,5А; P _{кз} =15Вт. Стабилизация I m _{сталь} =3,1 кг; m _{медь} =0,8кг	
	Время (мин.)	Температура	Время (мин.)	Температура	Время (мин.)	Температура
1	0	19	0	16	0	21
2	10	20	10	22	15	25
3	20	23	20	29	30	29
4	30	26	30	34	45	32
5	45	28	40	38	62	35
6	60	30	50	42	75	36
7	75	32	60	45	90	38
8	90	34	70	48	105	39
9	105	36	80	51	120	40
10	120	37	90	54	135	41
11	135	38	100	56	150	41
12	150	39	110	58	165	42
13	165	40	120	60	180	43
14	180	41	130	61	195	43
15	195	42	140	63	210	44
16	220	43	150	65	225	44
17	240	43	165	67	240	45
18			180	69	255	43
19			195	71	270	45
20			210	72	285	45
21			230	74		
22			240	75		
23			255	76		
24			270	77		
25			285	78		
26			300	78		
27			315	79		
28			330	80		
29			345	80		
30			360	81		
31			375	81		

замыкания со стабилизацией тока в первичной обмотке, при этом потери в стали P_o приняты равными нулю. Кривая 1 соответствует трансформатору с магнитопроводом 180x100x40 при токе в первичной обмотке $I=4,58$ А и рассеиваемой мощности потерь $P_{кз} = 25$ ВА. Кривая 3 соответствует трансформатору с тем же магнитопроводом, но при токе в первичной обмотке $I=6,9$ А и мощностью $P_{кз} = 59$ ВА. Кривая 5 построена для трансформатора с магнитопроводом 115x70x60, током $I=1,5$ А и $P_{кз} = 15$ ВА. Теоретическая кривая температуры трансформатора достаточно хорошо совпадает с экспериментальными данными. Степень отклонения теоретических и экспериментальных данных в процентах показана на рис.2.

Кривые 1 и 2 соответствуют трансформатору с номинальной мощностью 1000 ВА. Для этого трансформатора максимальное отклонение рассчитанной

температуры от экспериментальных данных составляет не более 5%. Кривая 3 соответствует трансформатору с номинальной мощностью 250 ВА. Здесь максимальная погрешность не более 7%.

Литература

1. Каретникова Е.И., Рычина Т.А., Ермаков А.И. Трансформаторы питания и дроссели фильтров для радиоэлектронной аппаратуры. М.: Советское радио, 1973. - 180 с.
 2. Горский А.Н., Русин Ю.С., Иванов Н.Р., Сергеева Л.А. Расчет электромагнитных элементов источников вторичного электропитания. М.: Радио и связь, 1988. -176 с.
 3. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М: Высшая школа, 1985.- 480с.
- Котенев Сергей Васильевич, ведущий инженер ЗАО "Тэнси-электро", г. Тула;
Евсеев Андрей Николаевич, генеральный директор ЗАО "Тэнси-электро", к.т.н., доцент, тел.: (0872) 24-13-60, 24-13-61.

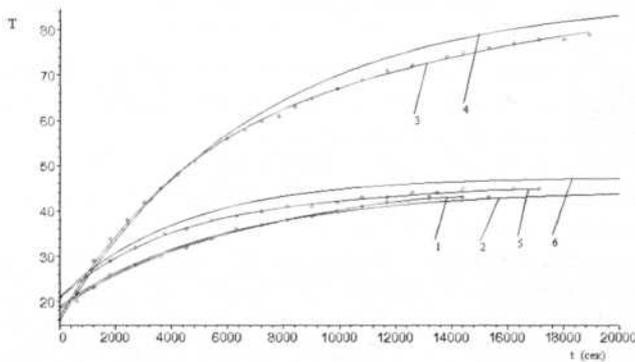


Рис.1 Зависимость температуры трансформатора от времени:
1, 3, 5 -экспериментальные кривые,
2, 4, 6 - теоретические кривые

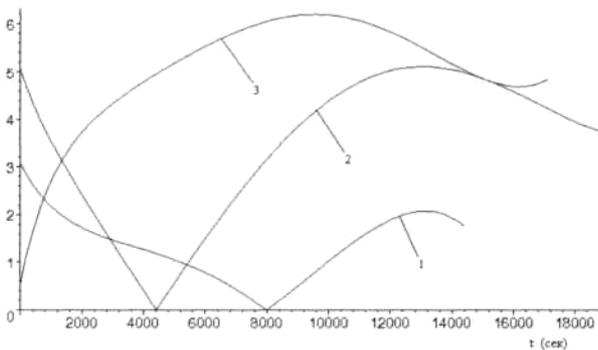


Рис.2 Погрешность между теоретическими расчетами температуры (%)